

UNA MISURA QUANTITATIVA DELLA VEROSIMIGLIANZA ESTIMATIVA

MARCO SIMONOTTI *

1. Le rilevazioni dei dati ai fini della valutazione riguardano un campione di compravendite relative a risorse fisicamente, tecnicamente, funzionalmente ed economicamente simili alla risorsa oggetto di stima. Si tratta di compravendite realizzate di recente e avvenute nello stesso mercato ove si colloca la risorsa da valutare. I dati della rilevazione estimativa attengono alle caratteristiche intrinseche ed estrinseche degli immobili, alle modalità quantitative e qualitative delle caratteristiche, alle condizioni delle compravendite e ai prezzi di mercato. Dunque il campione estimativo presenta limitazioni spaziali legate alla ubicazione degli immobili, limitazioni mercantili relative allo svolgimento delle contrattazioni, e limitazioni temporali derivanti dall'andamento dei prezzi di mercato; nelle rilevazioni inoltre si possono incontrare difficoltà operative nel reperimento dei dati per la mancanza di raccolte sistematiche e laddove esistono tali raccolte per la natura dei dati disponibili, rilevati per finalità amministrative, fiscali, ecc. piuttosto che per finalità valutative. Di conseguenza il disegno sperimentale seguito dall'osservatore nella stima non sempre si trova in accordo con quello riscontrabile nei repertori dei dati; ciò richiede nel caso pratico di stima rilevazioni integrative o indipendenti svolte *ad hoc*. Per questi motivi la numerosità e la composizione del campione estimativo dipendono dalle condizioni operative di raccolta dei dati sperimentali, dai mezzi e dal tempo disponibili da parte del rilevatore, dal grado di analisi che si intende perseguire e dallo standard richiesto dal processo valutativo.

* Prof. straord. di Estimo ed Esercizio professionale nell'Università di Reggio Calabria.

La procedura di valutazione nella sua formulazione logica, pur mirando alla stima di una risorsa, intende interpretare la relazione esistente tra i caratteri rilevati e il prezzo di mercato allo scopo di spiegare le differenze tra i prezzi realizzati nelle compravendite e le modalità presentate dai caratteri, e quindi procedere alla stima. Questa operazione è necessaria alla formulazione del giudizio di stima e alla dimostrazione e alla verifica della tesi valutativa. Sul piano teorico si può osservare che il numero limitato delle compravendite di immobili simili, l'eterogeneità delle osservazioni e la segmentazione dei mercati immobiliari sono elementi che spesso non consentono di rendere assolute le condizioni formali poste dalle definizioni estimative del valore di mercato (3, p. 44). Queste definizioni infatti assumono un significato operativo relativo generalmente alle figure e ai comportamenti del compratore e del venditore, alle circostanze oggettive della compravendita e alle modalità di pagamento (1, pp. 33-8). Se la situazione di mercato per le compravendite rilevate si conformasse alle condizioni poste dalle definizioni formali del valore di mercato, non vi sarebbero differenze tra i prezzi di mercato osservati che non fossero quelle causate dalle differenti modalità presentate dai caratteri delle risorse immobiliari; e per le risorse (eguali) con le medesime modalità per gli stessi caratteri i prezzi di mercato negli stessi termini teorici coinciderebbero. Ma poiché il meccanismo del mercato non si adatta perfettamente alle assunzioni della definizione estimativa, il compito dell'operatore consiste nello svolgere un'indagine del meccanismo di mercato e un riscontro con lo schema definitorio (3, p. 44).

La raccolta e la selezione dei dati sono le fasi preliminari della procedura di valutazione e risultano fondamentali per la successiva elaborazione e per la dimostrazione dei risultati della stima. L'analisi estimativa cui si fa riferimento prevede infatti che i dati delle compravendite siano rilevati all'inizio della procedura di valutazione e che la stima si basi solo su questi dati, ma non esclude che altri dati di tipo diverso da quello delle compravendite possano entrare durante lo svolgimento della procedura di valutazione, sotto forma ad esempio di stime di variabili esogene ai modelli previsti, come ad esempio gli aggiustamenti del *sales comparison approach*, e alla fine nelle operazioni di verifica dei risultati sotto forma di grandezze afferenti fenomeni di mercato diversi da quelli richiesti per la stima. E' di per sé evidente che la valutazione dipende dalla quantità e dalla qualità dei dati rilevati, che - come è noto - individuano una corrispondente regione di stima all'interno della quale ricade verosimilmente il valore ricercato. Non si dispone a tuttoggi di procedure consolidate per la scelta e la rilevazione dei dati di compravendite nel contesto del singolo caso di stima, né esistono regole pratiche di carattere generale o particolare da seguire nei casi concreti, nei quali è lasciato all'operatore il compito di contemperare l'obiettivo della

stima con i mezzi a disposizione e con i vincoli cui è sottoposta la rilevazione e l'intera procedura di valutazione. Per quanto riguarda la rilevazione dei dati, per l'osservatore si può configurare una funzione di perdita teorica che, mutuando dal linguaggio statistico, indica come errore del primo tipo quello che contempla la situazione in cui una o più compravendite possono restare escluse dalla rilevazione del campione; e come errore del secondo tipo quello che considera la situazione in cui possono essere inclusi nell'insieme di confronto compravendite di immobili che presentano un basso livello di similarità o nessuna similarità con la risorsa da valutare (9, pp. 7-8). La correlazione dell'errore del primo tipo è possibile soltanto nelle operazioni di rilevazione in rapporto al loro grado di completezza e presumibilmente con un aggravio di oneri. La correzione degli errori del secondo tipo, una volta raccolti i dati di partenza, cade sotto il dominio del metodo di stima ed è dunque possibile attraverso l'uso degli strumenti metodologici.

Il metodo di stima si serve di numerosi strumenti volti alla correzione degli errori quali ad esempio: test di significatività e misure di accostamento, misure dei residui, misure della distanza statistica, ecc. Attraverso questi test è possibile escludere un singolo dato dal set campionato, o una variabile di un modello o i risultati di un intero procedimento; a questi fini si fissano soglie di ammissibilità e intervalli di fiducia attorno ai valori stimati in base a distribuzioni note a priori. Talvolta il procedimento di stima provvede direttamente alla selezione delle variabili, così ad esempio nell'analisi delle componenti principali le variabili osservate divengono combinazioni lineari di sottostanti fattori non osservabili. Lo stesso procedimento di stima può esplicitare talvolta compiti di verifica dei risultati: ad esempio dinnanzi a risultati nel campo complesso dei modelli finanziari di ricerca del saggio di capitalizzazione. Dunque i risultati della stima sono funzione dei dati rilevati rispetto alla risorsa da valutare, della rispondenza del procedimento di valutazione ai prefissati fini estimativi e della natura metodologica del problema di stima.

Le operazioni di ricerca, di rilevazione e di selezione dei dati devono essere dunque circondate da estrema cautela al fine di evitare errori di rilevazione. Questa circostanza contribuisce a rendere minima la complessiva funzione di perdita della procedura di valutazione e a offrire un sostegno di natura sperimentale al giudizio di stima presso coloro che fruiscono dei risultati della valutazione. Nel campo delle analisi quantitative si suole affermare che i risultati ottenuti da un modello non possono essere migliori dei dati originari che sono stati impiegati per conseguire questi risultati.

Lo scopo della presente nota consiste nel definire un coefficiente di verosimiglianza estimativa volto a stabilire una misura della conformità dei dati osservati alla valutazione; il coefficiente è riferito alle

caratteristiche del campione rilevato e al procedimento di valutazione impiegato, ed è rivolto a una pluralità di fini. La costruzione di questo coefficiente procede con la identificazione di indici relativi alle principali componenti della verosimiglianza dei dati al problema di stima, quindi presenta la relazione matematica che lega questi indici ai valori assunti dal coefficiente, infine mostra alcune rilevanti implicazioni metodologiche che possono palesare un interesse nella procedura di valutazione.

2. In base alla premessa svolta un coefficiente di verosimiglianza può essere definito nei suoi termini principali riguardo: 1) i dati relativi ai caratteri presentati da ciascuna compravendita, e quindi al grado di similarità nei confronti della risorsa da valutare presa come termine di riferimento; 2) i pesi da attribuire ai caratteri presi in considerazione in rapporto alla loro relazione ai fini della stima con il prezzo di mercato e con i rimanenti caratteri per come identificati nel campione a motivo delle interrelazioni reciproche; 3) il procedimento o i procedimenti di stima che si intendono applicare per l'analisi e l'elaborazione dei dati ai fini della valutazione, non essendo indifferente la scelta del procedimento alla selezione dei dati e all'ottenimento dei risultati. Il coefficiente di verosimiglianza deve esprimere la relazione con queste tre principali componenti in modo che il suo ammontare cresca al crescere del grado di similarità delle compravendite rilevate e al concorso di ogni singolo carattere nella formulazione del giudizio di stima, essendo maggiore per i caratteri che svolgono un ruolo più rilevante nella previsione e nella spiegazione del prezzo a parità delle altre condizioni. Infine il coefficiente di verosimiglianza deve tenere conto della destinazione metodologica dei dati, ossia del procedimento che si intende applicare nel particolare caso di stima; in quanto è da supporre un diverso livello di verosimiglianza dei dati, come della complessiva composizione del campione estimativo, a seconda dello strumento di elaborazione prescelto. Come per la moderna teoria della misura, la quale asserisce che un definito set di dati relativi a un fenomeno può soddisfare (ammesso il suo valido uso) alcuni livelli di misura e non altri, parimenti si può ritenere che un definito set di dati può soddisfare alcuni procedimenti di stima e non altri. Ciò in definitiva si riconduce all'impianto di rilevazione adottato dall'osservatore in vista della successiva elaborazione.

Nei problemi estimativi i dati relativi alle m compravendite campionate e i dati relativi alla risorsa oggetto di stima sono ordinati nelle righe della matrice dei dati, in modo che alle colonne corrispondano gli n caratteri presi in considerazione; così la matrice dei dati di ordine $(m+1) \cdot n$ è formata dall'elemento generico x_{ji} con $j = 0, 1, 2, \dots, m$ e $i = 1, 2, \dots, n$ posto nell'intersezione della compravendita di indice j con il carattere di

indice \underline{i} . I dati relativi alla risorsa da valutare sono riportati nella riga di indice 0 in quanto parte integrante della matrice. I prezzi di mercato delle compravendite sono indicati con $p_{\underline{j}}$ dove $\underline{j} = 1, 2, \dots, \underline{m}$ per il fatto che il prezzo della risorsa da valutare è incognito. Ogni vettore riga della matrice dei dati rappresenta il profilo individuale dell'unità rilevata definito nelle modalità dei caratteri.

La prima componente del coefficiente di verosimiglianza è stata indicata nel grado di similarità delle compravendite campionate che può essere misurato dalla distanza statistica calcolata sui profili standardizzati delle singole unità rilevate rispetto a quella oggetto di stima. Questa misura è ben nota nell'analisi estimativa e trova più di un riscontro pratico (10, pp. 89-95; 6, pp. 11-24). Per la determinazione della distanza statistica si procede preliminarmente con il calcolo della deviazione standard $s_{\underline{i}}$ dei dati dei singoli caratteri rispetto alle modalità dell'unità da stimare; in tal modo l'ammontare della deviazione standard si ottiene dalla varianza (9, p. 14):

$$s_{\underline{i}}^2 = \frac{1}{\underline{m}} \sum_{\underline{j}=1}^{\underline{m}} (x_{\underline{j}\underline{i}} - x_{0\underline{i}})^2$$

La matrice dei dati viene standardizzata allo scopo di liberare i dati dalle differenti unità di misura e di svincolarli dall'ordine di grandezza in cui variano; di conseguenza i singoli dati vengono trasformati nel modo seguente:

$$z_{\underline{j}\underline{i}} = \frac{x_{\underline{j}\underline{i}} - x_{0\underline{i}}}{s_{\underline{i}}}$$

dove $z_{\underline{j}\underline{i}}$ rappresenta l'elemento generico della matrice dei dati standardizzata di ordine $\underline{m} \cdot \underline{n}$. In termini sintetici si può indicare con $z'_{\underline{j}}$ il vettore riga relativo al profilo standardizzato della compravendita generica. Così una misura della distanza statistica è quella di Euclide $D_{0\underline{j}}$ misurata tra ciascuna unità di confronto e quella da valutare nel modo che segue:

$$D_{0\underline{j}}^2 = z'_{\underline{j}} z_{\underline{j}}$$

L'ammontare di questo indice è nullo per unità di confronto esattamente eguali a quella da valutare, e aumenta all'aumentare delle differenze presentate dalle unità di confronto. Questa distanza può essere idealmente intesa come la distanza geometrica che separa la risorsa di riferimento da

ciascuna di quelle campionate in uno spazio a n dimensioni. Secondo questa concezione la distanza complessiva di tutte le compravendite rilevate può essere espressa dalla somma delle singole distanze che formano la distanza totale \underline{T} del campione osservato:

$$\underline{T} = \sum_{j=1}^m \underline{D}_{0j}^2$$

in tal modo si può definire una distanza relativa \underline{d}_j di ciascuna unità rilevata rispetto alla distanza totale:

$$\underline{d}_j = \frac{\underline{D}_{0j}^2}{\underline{T}}. \quad (1)$$

Questo indice percentuale si ottiene quindi rispetto ai dati per come sono stati rilevati e si presenta come indice di similarità di chiara e immediata comprensione.

La seconda componente del coefficiente di verosimiglianza è stata indicata nei pesi da attribuire ai caratteri presi in considerazione in rapporto al loro effetto atteso sul prezzo di mercato. Solitamente tali effetti sono intesi come espressione dell'importanza relativa di un carattere rispetto a tutti gli altri, o come contributo del carattere alla formazione del prezzo o del valore di stima, o come legame di correlazione statistica, o ancora come probabilità a priori assegnata al carattere in modo soggettivo dall'osservatore, il quale combina l'evidenza del campione con le conoscenze a priori sul processo valutativo e sulla realtà del mercato.

Ai fini della costruzione del coefficiente di verosimiglianza il peso è inteso come misura della correlazione in senso statistico tra un carattere e il prezzo di mercato al netto della correlazione tra i caratteri. Questa relazione è espressa con il coefficiente di correlazione parziale ben noto nell'analisi estimativa e pertinente al caso di una compresenza di molteplici caratteri, per i quali non è da escludere la presenza di interrelazioni. L'interpretazione del coefficiente di correlazione parziale combina le informazioni fornite dai caratteri con il prezzo di mercato. Nel caso della valutazione i coefficienti di correlazione parziale rip. dei singoli caratteri rispetto al prezzo risultano in simboli eguali a:

$$\begin{array}{l} r_{1p.23\dots n} \\ r_{2p.12\dots n} \\ \dots \\ r_{np.12\dots n-1} \end{array} \quad (2)$$

Il calcolo di questi coefficienti avviene nei modi soliti e l'ammontare ottenuto esprime nell'intervento tra -1 e +1 la correlazione netta tra un singolo carattere e il prezzo di mercato.

La terza componente del coefficiente di verosimiglianza è relativa al procedimento di valutazione applicato al set dei dati. La rispondenza del procedimento di stima al problema della valutazione si accerta a posteriori confrontando i prezzi di mercato rilevati con i corrispondenti valori di stima ottenuti con il procedimento, come avviene nelle operazioni di verifica. Una misura diretta della rispondenza del procedimento di stima, quale metodo di elaborazione dei dati ai fini previsivi, è rappresentata dal residuo percentuale e_j relativo alla singola compravendita e riferito a un dato procedimento di stima. Il residuo si calcola nel modo che segue, avendo indicato con S_j , il valore di stima dell'unità di confronto generica di prezzo noto p_j :

$$e_j^2 = \left(\frac{p_j - s_j}{p_j} \right)^2.$$

La misura di questo indice prescinde dal segno per il fatto che residui positivi e negativi (sottostime e sovrastime) sono considerati equivalenti ai fini della funzione di perdita estimativa.

3. La funzione elementare g_{ji} che compone il coefficiente di verosimiglianza è relativa al singolo dato e può essere proposta nella forma seguente:

$$g_{ji} = r_{ip} \cdot \exp\left(\frac{d_j + e_j}{p_j}\right)^{-1}; \quad (4)$$

la relazione è presentata in termini sintetici rispetto agli indici delle componenti anziché rispetto alle relative formule (1), (2) e (3), dalle quali si procede per il calcolo della formula (4). Il coefficiente elementare esprime il risultato numerico relativo all'intersezione tra gli indici relativi alla distanza percentuale e al residuo della compravendita, e

l'indice relativo al carattere (coefficiente di correlazione parziale) rispetto a un definito procedimento di stima.

Il segno assunto dal coefficiente elementare è in relazione a quello del coefficiente di correlazione parziale; la distanza percentuale varia tra 0 e 1 nei casi rispettivamente di perfetta similarità a quello opposto di massima dissimilarità riscontrata tra le compravendite del campione; l'errore percentuale varia tra 0 e infinito a partire dal caso di assenza dell'errore di stima (stima perfetta), e cresce al crescere dell'errore presentato. Un ammontare nullo del coefficiente esprime la situazione di stima per così dire peggiore, relativa al caso in cui $r_{ip} = 0$, $d_j = 1$ e $e_j > 0$, condizionata dall'assenza di correlazione netta tra il carattere considerato e il prezzo di mercato; un ammontare unitario del coefficiente esprime la situazione di stima migliore, relativa al caso in cui $r_{ip} = \pm 1$, $d_j = 0$ e $e_j > 0$ di correlazione perfetta, di similarità assoluta e di assenza di errore di stima. Nella funzione elementare la situazione astratta di un confronto tra beni eguali, che idealmente potrebbe costituire la situazione migliore in assoluto seppure incompatibile con la stima, viene riportata nei termini metodologici propri dalla posizione occupata dal coefficiente di correlazione parziale, che in questa situazione risulta nullo per assenza di variabilità, annullando al contempo l'ammontare del coefficiente estimativo coerentemente con il problema di stima eventualmente affrontato con procedimenti statistici.

Dal coefficiente elementare riferito al singolo dato si derivano altre misure intermedie di verosimiglianza relative rispettivamente alla singola compravendita e all'intero campione estimativo. Si definisce allora coefficiente di verosimiglianza \underline{g}_j^2 della compravendita generica la somma dei quadrati degli ammontari dei coefficienti elementari dei dati relativi alla compravendita in questione; la somma è indicata nel modo seguente:

$$\underline{g}_j^2 = \sum_{i=1}^n \underline{g}_{ji}^2.$$

Oltre che come misura descrittiva, il coefficiente permette di decidere se ammettere o escludere dal campione estimativo una compravendita in base a una soglia prefissata rispetto al campione rilevato. Sulla stessa logica si può definire conseguentemente un altro coefficiente di verosimiglianza intermedio \underline{g}^2 della matrice dei dati del campione nei termini che seguono:

$$\underline{g}^2 = \frac{m}{\sum_{j=1}^m} \frac{n}{\sum_{i=1}^n} \underline{g}_{ji}^2. \quad (5)$$

Questo indice generale del campione assume valori compresi tra 0 e $\frac{m \cdot n}{m+n}$; quest'ultimo si ottiene nella situazione cosiddetta migliore nella quale tutti i dati risultano perfettamente verosimiglianti e la matrice dei dati offre il massimo grado di informazione estimativa. In questa situazione per le premesse svolte i dati rilevati possono essere considerati "veri" ai fini della stima, e ammontari minori di quelli massimi possono essere interpretati come quantità effettiva di veritiera informazione estimativa posseduta dal campione. La condizione ottimale si riscontra nella coincidenza del numero dei dati rilevati con il numero delle informazioni vere fornite alla successiva valutazione; nella situazione opposta di un ammontare nullo del coefficiente l'interpretazione estimativa ammette che i dati non forniscono alcuna informazione utile per la stima.

Dai precedenti coefficienti si può infine ottenere il definitivo *coefficiente di verosimiglianza estimativa c* a partire dalle formule (4) e (5) nel modo seguente:

$$\underline{c} = \left(\frac{1}{mn} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \underline{r}_{ji}^2 \exp(\underline{d}_j + \underline{e}_j)^{-2} \right)^{\frac{1}{2}}; \quad (6)$$

il coefficiente è presentato in termini relativi in modo tale che per $\underline{c}=1$ si assume una perfetta verosimiglianza della matrice dei dati al problema di stima e per $\underline{c}=0$ se ne suppone l'assenza.

Il coefficiente di verosimiglianza estimativa può essere associato al valore di stima ricercato in qualità di misura sintetica della verosimiglianza intesa in senso estimativo.

La costruzione di un coefficiente di verosimiglianza estimativa del tipo di quello presentato assolve un'insieme di finalità delle quali una misura quantitativa della verosimiglianza del singolo dato, della singola compravendita e dell'intero campione estimativo; b) alla possibilità di svolgere confronti tra i diversi campioni rilevati per lo stesso caso di stima o in differenti casistiche; c) alle operazioni di verifica relativa alle compravendite rilevate in base alla fissazione di soglie di accettabilità espresse nei termini del coefficiente; d) all'individuazione concreta per una data risorsa oggetto di stima della "migliore combinazione di compravendite comparabili" (*best combination of comparables sales*) nell'ambito di tutti gli insiemi di confronto che è possibile comporre con le compravendite che presentano un minimo standard di comparabilità,

eventualmente accertato con l'imposizione di una soglia minima del coefficiente (8, p. 542); e) alla interpretazione del coefficiente di verosimiglianza come precursore di una funzione di probabilità soggettiva, impostata sui dati di fatto e sulle conoscenze a priori e volta ad affrontare il problema dell'incertezza nelle previsioni estimative, preso atto che i valori assegnati al coefficiente di verosimiglianza sono già di per se stessi coerenti con le regole di calcolo della probabilità (intervallo tra 0 e 1).

Altre applicazioni del coefficiente si possono congetturare in rapporto ad esempio alla metodologia di stima, per la quale i coefficienti relativi alle compravendite (g_j) possono costituire i dati standardizzati e ponderati di un vero e proprio parametro sintetico di stima, o di un carattere fittizio o di una variabile nelle applicazioni speciali dell'analisi di regressione e in generale nei procedimenti diretti di stima.

4. Il coefficiente di verosimiglianza proposto è una funzione teorica basata su ipotesi a priori e sui principi generali delle valutazioni. La sua formulazione si avvale di misure estimative e statistiche che pertengono i dati grezzi del campione estimativo e il procedimento elaborativo prescelto. In quanto non si configura come funzione sperimentale in sede di formulazione è necessario esaminare alcune importanti ipotesi e talune varianti che potrebbero presentare qualche interesse nella casistica pratica, o prospettare implicazioni di ordine metodologico, o predisporre la funzione per ulteriori analisi e applicazioni.

La peculiarità del coefficiente di verosimiglianza proposto consiste nella sua ipotesi di base che postula la presenza di una componente relativa al procedimento di stima, potendo così variare l'ammontare della funzione al variare del procedimento. Si ammette cioè che un dato o un insieme di dati non sono in grado di esprimere alcuna verosimiglianza di per se stessi, ma soltanto in funzione degli strumenti impiegati per la loro analisi e ovviamente in rapporto alle finalità di stima. Ciononostante il coefficiente di verosimiglianza potrebbe parimenti essere applicato come misura dell'attendibilità dei dati rilevati eliminando la componente relativa ai risultati della stima; ciò equivarrebbe ad assegnare un ammontare nullo all'indice del residuo percentuale nella situazione in cui il coefficiente venisse impiegato come test dei dati osservati, prescindendo dalle connessioni metodologiche. In questa situazione una misura di soglia potrebbe essere rappresentata dal residuo massimo ammesso come errore di stima.

Nel coefficiente di verosimiglianza vengono attribuiti implicitamente gli stessi pesi alla distanza statistica e al residuo percentuale, nel senso che ai fini del calcolo del coefficiente l'ammontare dell'esponente esprime una combinazione diretta dei due indici. Ciò può essere reputato non confacente alla diversa natura presentata dagli indici, di conseguenza può

ritenersi necessaria una ponderazione attraverso l'impiego di pesi da assegnare ai due indici in rapporto alla loro importanza relativa. Se si indicano con w_d e w_e i pesi rispettivamente degli indici della distanza e del residuo, il coefficiente di verosimiglianza può essere presentato dalla formula (6) nel modo seguente:

$$c = \left(\frac{1}{mn} \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n r_{ip}^2 \exp(w_d d_j + w_e e_j) \right)^{-2} \frac{1}{2}.$$

Un'altra variante del coefficiente può essere presa in considerazione in presenza di interdipendenze tra i caratteri rilevanti, come spesso si riscontra nei campioni estimativi. La distanza euclidea infatti non tiene conto della correlazione e non è ritenuta una misura fedele della distanza statistica in presenza di più di tre caratteri (6, p. 21); per fare fronte a queste limitazioni applicative si può ricorrere alla distanza di mahalanobis L_{0j} che si conforma al caso di assi non ortogonali e che viene proposta, facendo riferimento alla matrice dei dati standardizzati, nel modo che segue:

$$L_{0j}^2 = z_j' V^{-1} z_j,$$

dove con z_j si indica il profilo standardizzato dell'unità di rilevazione generica e con V la matrice simmetrica di ordine $n \cdot n$ delle varianze e covarianze dei caratteri. La complessiva funzione di verosimiglianza già considera l'eventuale correlazione tra i caratteri tramite il coefficiente di correlazione parziale, per cui nel caso dell'impiego della distanza di mahalanobis è opportuno rimpiazzare questo coefficiente con quello di correlazione semplice. Detta l_j la distanza percentuale non ortogonale si può scrivere analogamente alla formula (1) in simboli:

$$l_j = \frac{L_{0j}^2}{\sum_{j=1}^m L_{0j}^2},$$

che sostituito nella formula (4) insieme al coefficiente di correlazione semplice r_1 conduce alla seguente funzione:

$$\underline{g}_{ji} = r_i \exp\left(\frac{1+e}{\underline{j} \quad \underline{j}}\right)^{-1}.$$

Un'importante implicazione metodologica del coefficiente di verosimiglianza può essere considerata rispetto ai pesi \underline{k}_i assegnati con un criterio estimativo ai singoli caratteri nel procedimento di valutazione. Solitamente lo schema di ponderazione impone la scelta dei pesi in modo

che $\sum_{i=1}^n \underline{k}_i = 1$ secondo il principio di concorso complementare dei caratteri al risultato della stima; di conseguenza il coefficiente di verosimiglianza elementare può essere presentato dalla formula (4) nel modo seguente:

$$\underline{g}_{ji} = \underline{k}_i \exp\left(\frac{1+e}{\underline{j} \quad \underline{j}}\right)^{-1}.$$

Il passaggio da questo coefficiente a quello generale \underline{c} avviene nei termini proposti dalla formula (6) che si semplifica in conseguenza della proprietà complementare posseduta dai pesi estimativi nella maniera che segue:

$$\underline{c} = \frac{1}{mn} \sum_{j=1}^m \exp\left(\frac{1+e}{\underline{j} \quad \underline{j}}\right)^{-1}.$$

La formulazione del coefficiente di verosimiglianza in termini prettamente estimativi non riporta l'informazione relativa ai pesi dei caratteri in quanto si tratta di misure fissate a priori ai fini della stima, in base al concorso atteso dei caratteri e riferite alla popolazione astratta dei possibili prezzi piuttosto che al singolo campione. L'impiego della distanza percentuale \underline{l}_j ha il compito di prendere in considerazione le eventuali interrelazioni presentate dai caratteri.

I pesi vengono assegnati generalmente in base all'esperienza soggettiva degli operatori e proposti come complementi dell'unità per evidenti motivi di semplificazione della loro stima. Vi sono tuttavia delle eccezioni nelle quali il peso del singolo carattere anziché essere stimato viene calcolato con l'uso di scale standardizzate e di punteggi attraverso un procedimento empirico di tipo iterativo (3, pp. 42-68; 7, pp. 68-74; 4, pp. 210-22). Nella letteratura estimativa si ritiene che non prendere in considerazione nel processo di valutazione il peso dei caratteri significa riconoscere implicitamente a tutti i caratteri lo stesso peso e in senso lato considerarli indipendenti l'uno dall'altro; fatto che spesso risulta in contrasto con la evidenza del mercato e con le operazioni di stima.

Svolta questa considerazione preliminare, l'implicazione metodologica riguarda il fatto che nell'assegnazione dei pesi ai caratteri generalmente non si tiene conto delle relazioni esistenti al loro interno, tra carattere e carattere. Queste relazioni sono legate a molteplici fenomeni quali ad esempio quelli noti come la simultaneità e l'interazione e quelli relativi alla presenza di variabili composte, di variabili *proxies*, ecc. L'esistenza di queste relazioni ha immediati riflessi sullo svolgimento e sui risultati della stima, ed è noto come i campioni estimativi rilevati per gli immobili urbani mostrano spesso queste interdipendenze.

Ai fini delle operazioni di valutazione è necessario esprimere i pesi al netto delle interrelazioni presentate nell'ambito dei caratteri. A questo scopo indicato con k_i il peso da assegnare alla relazione tra due caratteri generici, ossia la misura relativa dell'apporto di un carattere alla formazione di un altro, secondo il criterio estimativo generale il peso netto f_i del carattere generico può essere ricavato rispetto al peso lordo k_i nel modo seguente:

$$f_i = k_i + \sum_{t=1}^{i-1} k_t k_{ti} - k_i \sum_{t=1}^{n-1} k_{it} + 1.$$

Per il principio di concorso complementare il peso netto è presentato in modo che vengano assolte le condizioni per le quali $\sum_{i=1}^n f_i + 1$, e quando per tutti i pesi $k_i = 0$ si ha $f_i = k_i$.

Di conseguenza nei procedimenti di valutazione che impiegano sistemi di ponderazione (*price-quality regression model*, *matched pairs analysis*, ecc.) è necessario ricorrere ai pesi considerati al netto delle interdipendenze tra i caratteri; in questi procedimenti un'ulteriore stima deve riguardare i pesi netti dei caratteri.

E' utile ricordare che gli impieghi degli schemi di ponderazione delle grandezze estimative sono numerosi e concernono insieme ai caratteri degli immobili: i prezzi di mercato delle compravendite rilevate (2, pp. 274-86), le indicazioni di valore fornite dai diversi procedimenti di stima adottati nel singolo caso pratico ai fini dell'esame di compatibilità (*reconciliation*), i prezzi corretti del *sales comparison approach* e in generale i valori di stima ottenuti dagli *adjustment grid methods* (5, pp. 11-29).

5. Il coefficiente di verosimiglianza estimativa si presenta come una misura sintetica da associare al valore di stima ottenuto con un definito procedimento. In qualità di indice aggregato esprime il livello di veridicità estimativa posseduta dai dati rispetto al procedimento di stima

adottato. Per quanto il coefficiente non può avere la pretesa di raffigurare una primitiva distribuzione a priori, tuttavia può rappresentare un tentativo di offrire una misura quantitativa da impiegare nelle operazioni di verifica della valutazione, nelle quali in talune circostanze la teoria estimativa appare carente negli strumenti metodologici.

Il coefficiente di verosimiglianza proposto si fonda su tre principali componenti individuate per rappresentare in termini teorici la rispondenza al vero dei dati osservati: 1) il grado di similarità dei dati rilevati rispetto alla risorsa oggetto di stima, 2) le interrelazioni tra i caratteri e il prezzo di mercato depurate dalle correlazioni tra i caratteri, e 3) l'ammontare dei residui indotti con l'uso di un procedimento di valutazione impiegato per elaborare il set dei dati rilevati ai fini della stima. Al crescere della similarità dei dati delle compravendite, della correlazione netta tra i caratteri e il prezzo noto e della precisione della stima ottenuta con un dato procedimento, aumenta concordemente l'ammontare del coefficiente di verosimiglianza, secondo una relazione fissata a priori i cui parametri risultano rispettivamente: la distanza statistica, il coefficiente di correlazione e il residuo estimativo. Nella situazione limite di unità di confronto perfettamente eguali negli ammontari dei caratteri alla risorsa da valutare (e in condizioni di certezza del prezzo), il coefficiente risulta nullo in assenza di variabilità e in ossequio ai postulati della valutazione che escludono la stima in presenza di unità eguali a quella da valutare. Nelle altre situazioni il coefficiente esprime coerentemente ammontari compresi tra 0 e l'unità simboleggiando in queste due situazioni estreme rispettivamente quelle di assenza di verosimiglianza e quindi di veridica informazione estimativa dei dati rilevati e all'estremo opposto di perfetta corrispondenza dei dati all'analisi estimativa.

Il coefficiente di verosimiglianza presentato consente inoltre una misura della veridicità dei singoli dati, delle unità rilevate e dell'intero campione, fornendo sempre una misura coerente con le valutazioni. Il coefficiente si può applicare a tutti i procedimenti di stima che prevedono una rilevazione diretta dei dati, comprendendo in questi procedimenti quelli propriamente estimativi e quelli statistici; nella sua formulazione si serve di ben noti indici statistici ed estimativi di significato autonomo e indipendente. Il coefficiente può essere applicato a fini descrittivi e come test di verifica della stima, può essere modificato rispetto a una serie di ipotesi e di varianti di calcolo e predisposto per altre misure di interesse estimativo.

Lo studio del coefficiente di verosimiglianza permette di evidenziare un'importante implicazione metodologica rispetto ai procedimenti di stima che impiegano schemi di ponderazione dei caratteri. Il significato normativo di questa implicazione pone l'accento sulla necessità di esprimere il peso di un carattere al netto delle interrelazioni tra i caratteri che spesso si manifestano nei campioni estimativi.

Ovviamente come tutte le funzioni teoriche che si servono di indici sintetici il coefficiente di verosimiglianza proposto può apparire riduttivo rispetto allo schema logico che ne presiede la natura e i compiti, e ancor più rispetto alla complessità della realtà che mira a rappresentare per fini di stima. Tuttavia il coefficiente di verosimiglianza intende individuare le premesse del ragionamento estimativo intorno ai dati osservati e alla scelta del procedimento di valutazione nel caso di stima, ossia i presupposti sperimentali e metodologici dai quali muove la riflessione estimativa che prelude la formulazione del giudizio di stima.

Summary

A quantitative measurement of appraisal likelihood

The survey suggests an "appraisal likelihood coefficient" to apply to the sample of comparable real properties. The coefficient proposes a quantitative measurement of likelihood, based (1) on the similarity between comparables and subject, (2) on the relation between characteristics of transactions and market price, and finally (3) on the appraisal residual pertinent a given valuation approach applied on the case study. A set of data is not able to express an abstract likelihood by itself, but only in connection with the method used for the estimate. The coefficient can be mainly employed like a verification test or a support of a value conclusion and like a precursory of an appraisal distribution of probability.

Résumé

Une mesure quantitative de la vraisemblance de l'estimation

Cette étude contient la proposition d'un "coefficient de vraisemblance de l'estimation" qu'on doit appliquer aux données de l'échantillon des achats-ventes immobiliers. Ce coefficient vise à offrir une mesure quantitative de la vraisemblance basée sur le degré de similitude présenté par les achats-ventes, sur les relations entre les caractéristiques considérées et le prix de marché, et sur l'erreur induite par un procédé d'évaluation défini, appliqué au cas d'estimation. On admet en effet qu'une donnée ou un ensemble de donnée ne sont pas à même d'exprimer une vraisemblance quelconque en soi, mais seulement en fonction des instruments employés pour leur analyse. Le coefficient peut être appliqué principalement comme test

de vérification des résultats de l'estimation et comme précurseur d'une fonction de probabilité estimative.

BIBLIOGRAFIA

- AIREA: *The Appraisal of Real Estate*, Chicago, American Institute of Real Estate Appraisers, 1983.
- P.F. COLWELL, R.E. CANNADAY, C. WU: *The Analytical Foundation of Adjustment Grid Methods*. "AREUEA Journal", 1983, n° 1.
- T.V. GRISSOM, R.R. ROBINSON, K. WANG: *A Matched Pairs Analysis Program in Compliance with FHLBB Memorandum R41B/C*. "The Appraisal Journal", 1987, n° 1.
- N.W. HAUSER: *Simple Comparison Control*. "The Appraisal Journal", 1977, n° 2.
- H.R. ISAKSON: *The Nearest Neighbors Appraisal Technique: An Alternative to The Adjustment Grid Methods*. "AREUEA Journal", 1986, n° 2.
- H.R. ISAKSON: *Valuation Analysis of Commercial Real Estate Using the Nearest Neighbors Appraisal Technique*. "Growth and Change", 1988, spring.
- R.U. RATCLIFF, D.G. SWAN: *Gettin More from Comparable by Rating and Regression*. "The Appraisal Journal", 1972, n° 1.
- W.M. SHENKEL, A.S. EIDSON: *Comparable Sales Retrieval Systems*. "The Appraisal Journal", 1971, n° 4.
- M. SIMONOTTI: *Esposizione diagrammatica del sistema generale di stima*. "Rivista di economia agraria", 1987, n° 1.
- A. TCHIRA: *Comparable Sales Selection. A Computer Approach*. "The Appraisal Journal", 1979, n° 1.